

Lösungen zum Ergänzungsblatt 3

Vorbereitungsaufgaben

Vorbereitungsaufgabe 1

Zeigen oder widerlegen Sie: Für eine beliebige Sprache L gilt $(L^2)^* = (L^*)^2$.

Lösung

Wir widerlegen die Aussage durch Angabe eines Gegenbeispiels.

Für $L = \{a\}$ gilt $a \in (L^*)^2$, aber $a \notin (L^2)^*$. □

Vorbereitungsaufgabe 2

Seien $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine Typ-2-Grammatik und $w \in \Sigma^*$ ein Wort. Eine Ableitung

$$S \Rightarrow_G \dots \Rightarrow_G w$$

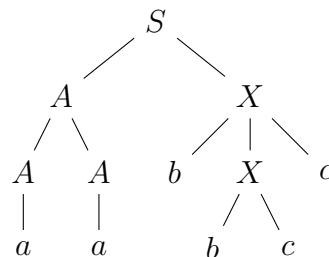
heißt *Linksableitung* (bzw. *Rechtsableitung*), falls bei jedem Ableitungsschritt die am weitesten links (bzw. rechts) stehende Variable ersetzt wurde.

Wir betrachten die 4 Ableitungen auf Vorlesungsfolie 6.5.

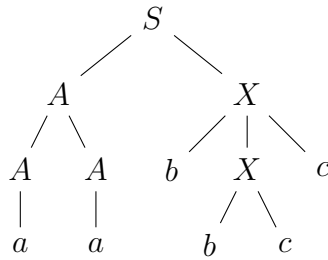
1. Welche davon sind Linksableitungen?
2. Welche davon sind Rechtsableitungen?
3. Geben Sie zu jeder Ableitung den entsprechenden Syntaxbaum an.

Lösung

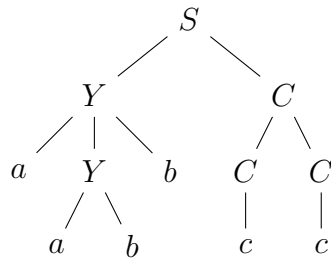
1. Nur die letzte.
2. Die letzten drei.
3. $S \Rightarrow_G AX \Rightarrow_G AAX \Rightarrow_G AaX \Rightarrow_G aaX \Rightarrow_G aabXc \Rightarrow_G aabbcc$:



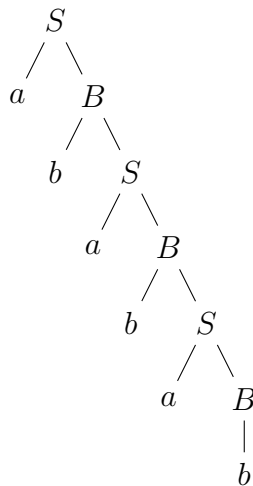
$S \Rightarrow_G AX \Rightarrow_G AbXc \Rightarrow_G Abbcc \Rightarrow_G AAbbcc \Rightarrow_G Aabbcc \Rightarrow_G aabbcc:$



$S \Rightarrow_G YC \Rightarrow_G YCC \Rightarrow_G YCc \Rightarrow_G Ycc \Rightarrow_G aYbcc \Rightarrow_G aabbcc:$



$S \Rightarrow_{G'} aB \Rightarrow_{G'} abS \Rightarrow_{G'} abaB \Rightarrow_{G'} ababS \Rightarrow_{G'} ababaB \Rightarrow_{G'} ababab:$



Vorbereitungsaufgabe 3

Für Wörter x, y über einem Alphabet Σ definieren wir folgende Relationen:

x Präfix von $y \iff \exists v \in \Sigma^* : y = xv$

x Suffix von $y \iff \exists u \in \Sigma^* : y = ux$

x Infix von $y \iff \exists u, v \in \Sigma^* : y = uxv$

1. Für welche der folgenden Wörter x und y über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ ist x ein Präfix/Suffix/Infix von y ?

- (a) $x = ab, y = abbc$ (c) $x = aba, y = ababa$ (e) $x = ab, y = bbac$
 (b) $x = cb, y = bccb$ (d) $x = bb, y = abbac$ (f) $x = acb, y = acb$

2. Listen Sie alle Präfixe, Suffixe und Infixe des Wortes $abab$ auf.
 3. Wie viele Präfixe bzw. Suffixe besitzt ein Wort der Länge n ?
 4. Wie viele Infixe besitzt ein Wort der Länge n mindestens? Wie viele höchstens?

Hinweis: Statt *Infix* verwendet man auch die Begriffe *Faktor* und *Teilwort*.

Lösung

- (a) Präfix und Infix, aber kein Suffix.
 (b) Suffix und Infix, aber kein Präfix.
 (c) Präfix, Suffix und Infix.
 (d) Infix, aber kein Präfix und kein Suffix.
 (e) Weder Präfix, Suffix noch Infix.
 (f) Präfix, Suffix und Infix.
- Präfixe: $\varepsilon, a, ab, aba, abab$.
 Suffixe: $\varepsilon, b, ab, bab, abab$.
 Infixe: $\varepsilon, a, b, ab, ba, aba, bab, abab$.
- Ein Wort der Länge n besitzt genau $n + 1$ Präfixe und ebenso viele Suffixe.
- Ein Wort der Länge n besitzt mindestens $n + 1$ und höchstens

$$1 + 2 + 3 + \dots + n + 1 = \sum_{k=1}^n k + 1 = \frac{n(n+1)}{2} + 1 = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} + 1$$

Infixe.

Vorbereitungsaufgabe 4

Sei $n \in \mathbb{N}_1$ beliebig. Zwei Zahlen $x, y \in \mathbb{Z}$ heißen *kongruent modulo n* (in Zeichen: $x \equiv y \pmod{n}$), falls eine ganze Zahl k existiert mit $x = y + kn$, d. h.

$$x \equiv y \pmod{n} \iff \exists k \in \mathbb{Z}: x = y + kn.$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch?

- (a) $13 \equiv 1 \pmod{3}$ (c) $-8 \equiv 7 \pmod{5}$ (e) $6 \equiv -5 \pmod{1}$
 (b) $11 \equiv 5 \pmod{4}$ (d) $-2 \equiv -9 \pmod{4}$ (f) $5 \equiv -7 \pmod{6}$
- Geben Sie zu jeder Kongruenz die 5 kleinsten nichtnegativen Zahlen x an, die die jeweilige Kongruenz erfüllen.

(a) $x \equiv 0 \pmod{3}$

(b) $x \equiv 1 \pmod{3}$

(c) $x \equiv 2 \pmod{3}$

Wichtiger Hinweis: Die Kongruenz modulo n sollte nicht mit der Modulooperation verwechselt werden. Die Kongruenz modulo n ist eine binäre Relation auf \mathbb{Z} und die Modulooperation eine Funktion $\text{mod}: \mathbb{Z} \times \mathbb{N}_1 \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$m \text{ mod } n = m - n \cdot \left\lfloor \frac{m}{n} \right\rfloor,$$

wobei für die *untere Gaußklammer* $\lfloor x \rfloor = \max \{k \in \mathbb{Z} \mid k \leq x\}$ gilt.

Nichtsdestotrotz stehen beide Konzepte in enger Beziehung zueinander. Für $n \in \mathbb{N}_1$ und $x, y \in \mathbb{Z}$ gilt nämlich:

(1) $x = y \text{ mod } n \iff x \equiv y \pmod{n} \wedge 0 \leq x < n$

(2) $x \equiv y \pmod{n} \iff x \text{ mod } n = y \text{ mod } n$

Lösung

Es gilt:

1. (a) $13 \equiv 1 \pmod{3}$

(c) $-8 \equiv 7 \pmod{5}$

(e) $6 \equiv -5 \pmod{1}$

(b) $11 \not\equiv 5 \pmod{4}$

(d) $-2 \not\equiv -9 \pmod{4}$

(f) $5 \equiv -7 \pmod{6}$

2. (a) 0, 3, 6, 9, 12

(b) 1, 4, 7, 10, 13

(c) 2, 5, 8, 11, 14

Präsenzaufgaben

Präsenzaufgabe 1

Zeigen oder widerlegen Sie:

1. Für beliebige Sprachen A und B gilt $A^* \cap B^* = (A^* \cap B^*)^*$.

2. Für beliebige Sprachen A und B gilt $A^* \cup B^* = (A^* \cup B^*)^*$.

Lösung

Da für jede Sprache L die Inklusion $L \subseteq L^*$ gilt, sind beide Inklusionen von links nach rechts erfüllt. Wir betrachten deshalb nur die Inklusionen von rechts nach links.

1. Die Aussage ist richtig. Weil die Inklusion von links nach rechts trivial ist, zeigen wir nur die Inklusion von rechts nach links, d. h. $(A^* \cap B^*)^* \subseteq A^* \cap B^*$.

Seien A und B Sprachen und $w \in (A^* \cap B^*)^*$ beliebig. Dann ist $w = w_1 \dots w_n$ für ein $n \in \mathbb{N}$ und Wörter $w_1, \dots, w_n \in A^* \cap B^*$, d. h. $w_1, \dots, w_n \in A^*$ und $w_1, \dots, w_n \in B^*$. Somit ist $w \in (A^*)^* = A^*$ und $w \in (B^*)^* = B^*$, also $w \in A^* \cap B^*$. \square

2. Die Aussage ist falsch. Für $A = \{a\}$ und $B = \{b\}$ gilt $ab \in (A^* \cup B^*)^*$, aber $ab \notin A^* \cup B^*$. \square

Präsenzaufgabe 2

Seien $\Sigma = \{a, b\}$ ein Alphabet, $x = ababb$ ein Wort über Σ und $G = (\{S, T\}, \Sigma, P, S)$ eine Grammatik mit Produktionen

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aTb \mid aSba \mid b \\ T &\rightarrow aT \mid bTb \mid bbSa \mid a. \end{aligned}$$

1. Verwenden Sie den Algorithmus aus der Vorlesung (Folie 5.6), um das Wortproblem für G und x zu entscheiden.
2. Im Rahmen dieser Aufgabe nennen wir eine Grammatik (V, Σ, P, S) *linear*, falls für jede Produktion $(u, v) \in P$ gilt: $u \in V$ und $v \in \Sigma^*V\Sigma^* \cup \Sigma^*$.

Ist G linear?

3. In den Hausaufgaben sollen Sie beweisen, dass der Algorithmus aus der Vorlesung exponentielle Laufzeit haben kann. Verändern Sie ihn so, dass er das Wortproblem für lineare Grammatiken in quadratischer Zeit löst.

Zeigen Sie die quadratische Laufzeit Ihres Algorithmus, indem Sie Konstanten $a, b, c > 0$ mit $|T| \leq an^2 + bn + c$ für $n = |x|$ finden.

Lösung

1. Wie in der Vorlesung bezeichne T_i die Menge T nach dem i -ten Durchgang. Wir erhalten:
 - $T_0 = \{S\}$
 - $T_1 = T_0 \cup \{aTb, aSba, b\}$
 - $T_2 = T_1 \cup \{aaTb, abTbb, aab, abba\}$
 - $T_3 = T_2 \cup \{aaaTb, aaab, ababb\}$

Wegen $x \in T_3$ bricht der Algorithmus ab und gibt 1 zurück.

2. Ja! Für jede Produktion $u \rightarrow v$ gilt $u \in V$ und entweder $v \in \Sigma^*$ (für $S \rightarrow b$ und $T \rightarrow a$) oder $v \in \Sigma^*V\Sigma^*$ (für die restlichen 5).
3. Definiere:

$$\text{Abl}_n(X) = X \cup \{w \in (V \cup \Sigma)^* \mid |w| \leq n, \exists y \in X : y \Rightarrow_G w \text{ und entweder } w = x \text{ oder } w = w_1Aw_2 \text{ für ein } A \in V, \text{ ein Präfix } w_1 \text{ von } x \text{ und ein Suffix } w_2 \text{ von } x\}.$$

Dann kann T maximal

- $|V|$ Satzformen der Länge 1,
- $2|V|$ Satzformen der Länge 2,
- \vdots
- $(n-1)|V|$ Satzformen der Länge $n-1$ und

- $n|V| + 1$ Satzformen der Länge n

enthalten. Das ergibt insgesamt

$$\sum_{k=1}^n k|V| + 1 = |V| \sum_{k=1}^n k + 1 = |V| \frac{n(n+1)}{2} + 1 = \frac{|V|}{2}n^2 + \frac{|V|}{2}n + 1,$$

also ist die Kardinalität von T höchstens quadratisch in n .

Präsenzaufgabe 3

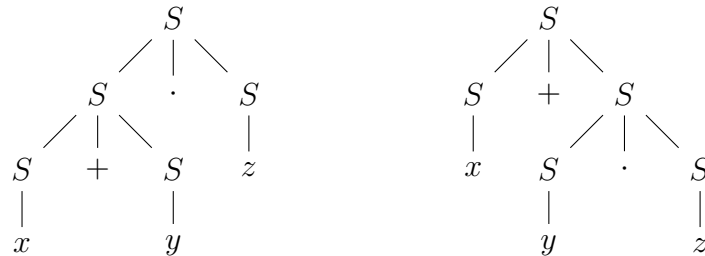
Seien $\Sigma = \{+, \cdot, x, y, z\}$ ein Alphabet und $G = (\{S\}, \Sigma, P, S)$ eine Typ-2-Grammatik mit den Produktionen

$$S \rightarrow S + S \mid S \cdot S \mid x \mid y \mid z.$$

1. Zeigen Sie, dass G mehrdeutig ist, indem Sie zwei verschiedene Syntaxbäume für das Wort $x + y \cdot z$ angeben.
2. Geben Sie zu jedem der zwei Syntaxbäume die entsprechende Linksableitung an.
3. Bestimmen Sie die von G erzeugte Sprache $L(G)$.
4. Zeigen Sie, dass $L(G)$ nicht inhärent mehrdeutig ist, indem Sie eine eindeutige Grammatik G' mit $L(G') = L(G)$ konstruieren. Sie müssen die Korrektheit Ihrer Konstruktion nicht beweisen.

Lösung

1. Das Wort $x + y \cdot z$ besitzt genau folgende zwei Syntaxbäume:



2. Linksableitung des ersten Baumes:

$$S \Rightarrow_G S \cdot S \Rightarrow_G S + S \cdot S \Rightarrow_G x + S \cdot S \Rightarrow_G x + y \cdot S \Rightarrow_G x + y \cdot z.$$

Linksableitung des zweiten Baumes:

$$S \Rightarrow_G S + S \Rightarrow_G x + S \Rightarrow_G x + S \cdot S \Rightarrow_G x + y \cdot S \Rightarrow_G x + y \cdot z.$$

3. $L(G) = \{x, y, z\}(\{+, \cdot\}\{x, y, z\})^* = (\{x, y, z\}\{+, \cdot\})^*\{x, y, z\}$.
4. Definiere $G' = (\{S, T\}, \Sigma, P', S)$ mit Produktionen

$$S \rightarrow xT \mid yT \mid zT \mid x \mid y \mid z$$

$$T \rightarrow +S \mid \cdot S.$$

Präsenzaufgabe 4

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen L grafisch einen DEA mit möglichst wenigen Zuständen an, der die jeweilige Sprache akzeptiert.

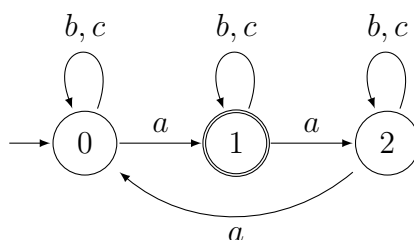
Hinweis: Bis auf die Benennung der Zustände sind die Lösungen eindeutig.

1. $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a \equiv 1 \pmod{3}\}$
2. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid aab \text{ ist Präfix von } w\} = \{abu \mid u \in \{a, b\}^*\}$
3. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ ist gerade und } |w|_b \text{ ungerade}\}$
4. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid abba \text{ ist ein Suffix von } w\} = \{uabba \mid u \in \{a, b\}^*\}$

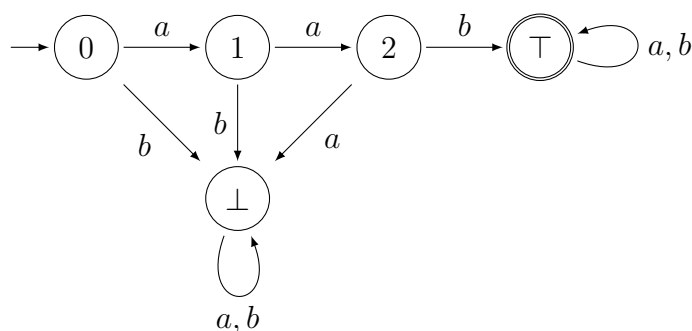
Lösung

Hinweis: Bei einigen Automaten wurden die Namen der Zustände so gewählt, dass man ihnen entnehmen kann, welche Eigenschaft des bisher gelesenen Wortes im Automat gespeichert werden soll. Absorbierende Zustände (solche, die nicht mehr verlassen werden können) werden manchmal mit einem *Top-Symbol* \top notiert, falls sie Endzustände sind und mit einem *Bottom-Symbol* \perp sonst. Im zweiten Fall nennt man solche Zustände *Fang-* bzw. *Fehlerzustände*.

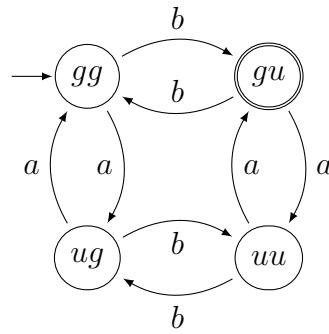
1. $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a \equiv 1 \pmod{3}\}$:



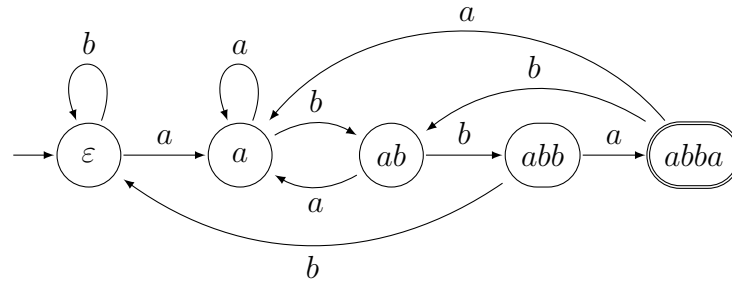
2. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid aab \text{ ist Präfix von } w\} = \{abu \mid u \in \{a, b\}^*\}$:



3. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \text{ ist gerade und } |w|_b \text{ ungerade}\}$:



4. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid abba \text{ ist ein Suffix von } w\} = \{uabba \mid u \in \{a, b\}^*\}$:



Zusatzaufgaben

Zusatzaufgabe 1

Sei Σ ein Alphabet. Die Relationen Präfix, Suffix und Infix aus Vorbereitungsaufgabe 1 sind Ordnungsrelationen auf Σ^* , d. h. sie sind reflexiv, antisymmetrisch und transitiv. Überprüfen Sie das für die Infix-Relation und verwenden Sie dabei die Beweistechniken aus den Vorlesungseinheiten 3 und 4 und aus der zweiten Ergänzung.

1. Zeigen Sie, dass die Infix-Relation reflexiv ist, d. h.:

$$\forall x \in \Sigma^* : x \text{ Infix von } x.$$

2. Zeigen Sie, dass die Infix-Relation antisymmetrisch ist, d. h.:

$$\forall x, y \in \Sigma^* : (x \text{ Infix von } y \wedge y \text{ Infix von } x) \implies x = y.$$

3. Zeigen Sie, dass die Infix-Relation transitiv ist, d. h.:

$$\forall x, y, z \in \Sigma^* : (x \text{ Infix von } y \wedge y \text{ Infix von } z) \implies x \text{ Infix von } z.$$

Lösung

Hinweis: Die Tabelle auf der zweiten Folie in

www.fmi.uni-stuttgart.de/files/ti/teaching/w18/eti1/public/beweismethoden.pdf

ist besonders hilfreich, wenn man Beweise strukturiert. Zu jeder Teilaufgabe erklären wir zuerst die Vorgehensweise anhand der Tabelle und zeigen danach, wie ein korrekter Beweis aussieht.

1. Vorgehensweise

Die Aussage hat die Form

$$\forall x \in \Sigma^*: x \text{ Infix von } x,$$

d. h. sie ist eine Allaussage. Wir gehen also von einem beliebigen $x \in \Sigma^*$ aus („sei $x \in \Sigma^*$ beliebig“) und zeigen, dass x ein Infix von sich selbst ist, also $\exists u, v \in \Sigma^*: x = uxy$. Diese neue Aussage ist nun eine Existenzaussage, d. h. es müssen $u, v \in \Sigma^*$ konkret gewählt werden, sodass $x = uxy$ gilt. Hierfür eignen sich natürlich $u = v = \varepsilon$.

Der eigentliche Beweis

Sei $x \in \Sigma^*$ beliebig. Wähle $u = v = \varepsilon$. Dann gilt $u, v \in \Sigma^*$ und $x = \varepsilon x \varepsilon = uxy$. \square

2. Vorgehensweise

Die Aussage hat die Form

$$\forall x, y \in \Sigma^*: (x \text{ Infix von } y \wedge y \text{ Infix von } x) \implies x = y,$$

d. h. wir gehen wieder von beliebigen $x, y \in \Sigma^*$ aus („seien $x, y \in \Sigma^*$ beliebig“). Danach ist zu zeigen:

$$(x \text{ Infix von } y \wedge y \text{ Infix von } x) \implies x = y,$$

also eine Implikation. Wir nehmen also die linke Seite der Implikation an („angenommen, x ist Infix von y und y ist Infix von x “) und zeigen damit die rechte.

Aus den Annahmen, dass x und y Infixe voneinander sind, folgt, dass Wörter $u_1, v_1, u_2, v_2 \in \Sigma^*$ mit $y = u_1 x v_1$ und $x = u_2 y v_2$ existieren. Somit verfügt man zu diesem Zeitpunkt im Beweis über die Variablen $x, y, u_1, v_1, u_2, v_2 \in \Sigma^*$ und die Annahmen $y = u_1 x v_1$ und $x = u_2 y v_2$, um damit $x = y$ zu zeigen.

Der eigentliche Beweis

Seien $x, y \in \Sigma^*$ beliebig. Angenommen, x ist Infix von y und y ist Infix von x . Dann gibt es Wörter $u_1, v_1, u_2, v_2 \in \Sigma^*$ mit $y = u_1 x v_1$ und $x = u_2 y v_2$. Aus $y = u_1 x v_1$ und $x = u_2 y v_2$ folgt $y = u_1 u_2 y v_2 v_1$. Daraus folgt sofort $u_1 = v_1 = u_2 = v_2 = \varepsilon$, denn sonst wäre die rechte Seite länger als die linke. Also ist $x = u_2 y v_2 = \varepsilon y \varepsilon = y$. \square

3. Vorgehensweise

Die Aussage hat die Form

$$\forall x, y \in \Sigma^*: (x \text{ Infix von } y \wedge y \text{ Infix von } x) \implies x \text{ Infix von } z,$$

d. h. wir gehen wieder von beliebigen $x, y, z \in \Sigma^*$ aus („seien $x, y, z \in \Sigma^*$ beliebig“). Danach ist zu zeigen:

$$(x \text{ Infix von } y \wedge y \text{ Infix von } z) \implies x \text{ Infix von } z,$$

also eine Implikation. Wir nehmen also die linke Seite der Implikation an („angenommen, x ist Infix von y und y ist Infix von z “) und zeigen damit die rechte.

Aus den Annahmen, dass x Infix von y ist und y von z , folgt, dass Wörter $u_1, v_1, u_2, v_2 \in \Sigma^*$ mit $y = u_1xv_1$ und $z = u_2yv_2$ existieren. Somit verfügt man zu diesem Zeitpunkt im Beweis über die Variablen $x, y, u_1, v_1, u_2, v_2 \in \Sigma^*$ und die Annahmen $y = u_1xv_1$ und $z = u_2yv_2$.

Zu zeigen ist nun, dass x Infix von z ist, also hat die Aussage, die zu zeigen ist, die Form

$$\exists u_3, v_3 \in \Sigma^* : z = u_3xv_3.$$

Diese neue Aussage ist eine Existenzaussage, d. h. es müssen $u_3, v_3 \in \Sigma^*$ konkret gewählt werden, sodass $z = u_3xv_3$ gilt. Wegen $z = u_2yv_2 = u_2u_1xv_1v_2$ ist es naheliegend $u_3 = u_2u_1$ und $v_3 = v_1v_2$ zu wählen.

Der eigentliche Beweis

Seien $x, y, z \in \Sigma^*$ beliebig. Angenommen, x ist Infix von y und y ist Infix von z . Dann gibt es Wörter $u_1, v_1, u_2, v_2 \in \Sigma^*$ mit $y = u_1xv_1$ und $z = u_2yv_2$. Wähle $u_3 = u_2u_1$ und $v_3 = v_1v_2$. Dann gilt $u_3, v_3 \in \Sigma^*$ und $z = u_2yv_2 = u_2u_1xv_1v_2 = u_3xv_3$. \square

Zusatzaufgabe 2

Verwenden Sie den veränderten Algorithmus aus Präsenzaufgabe 1, um das Wortproblem für die dort angegebene Grammatik G und das dort angegebene Wort x zu entscheiden.

Lösung

Diesmal erhalten wir:

- $T_0 = \{S\}$
- $T_1 = T_0 \cup \{aTb\}$
- $T_2 = T_1 \cup \{abTbb\}$
- $T_3 = T_2 \cup \{ababb\}$

Wegen $x \in T_3$ bricht der Algorithmus ab und gibt 1 zurück.

Zusatzaufgabe 3

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen L grafisch einen DEA mit möglichst wenigen Zuständen an, der die jeweilige Sprache akzeptiert.

Hinweis: Auch hier sind die Lösungen bis auf die Benennung der Zustände eindeutig.

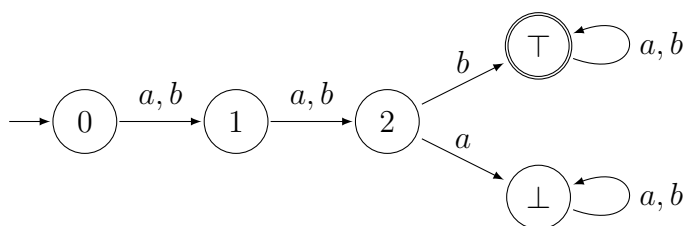
1. $L = \{a, b, c\}^*$
2. $L = \{a, b\}^2 \{b\} \{a, b\}^* = \{ubv \mid u, v \in \{a, b\}^* \wedge |u| = 2\}$
3. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid abab \text{ ist ein Infix von } w\} = \{uababv \mid u, v \in \{a, b\}^*\}$
4. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid aabb \text{ ist kein Infix von } w\}$
5. $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a = 2 \wedge |w|_b = 1\}$
6. $L = \{a^m b^n \mid m \equiv 2 \pmod{3} \wedge n \equiv 0 \pmod{2}\}$
7. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid ab \text{ ist ein Präfix und } ba \text{ ein Suffix von } w\}$
8. $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a \geq 1 \vee |w|_b \geq 2 \vee |w|_c \geq 3\}$

Lösung

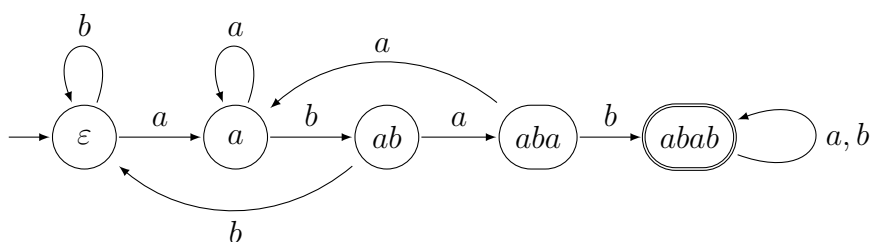
1. $L = \{a, b, c\}^*$:



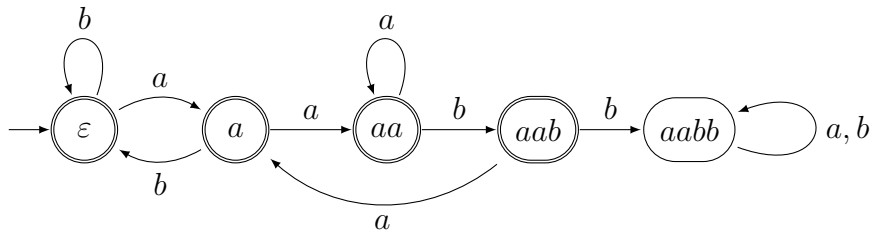
2. $L = \{a, b\}^2 \{b\} \{a, b\}^* = \{ubv \mid u, v \in \{a, b\}^* \wedge |u| = 2\}$:



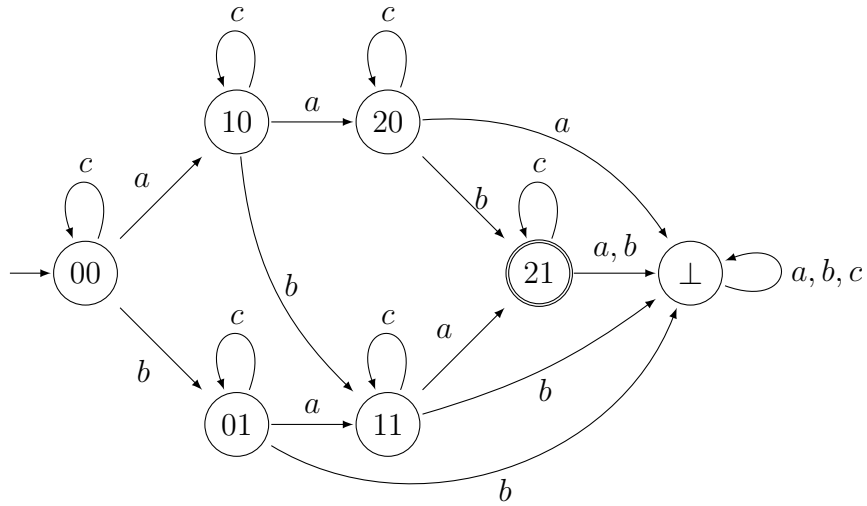
3. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid abab \text{ ist ein Infix von } w\} = \{uababv \mid u, v \in \{a, b\}^*\}$:



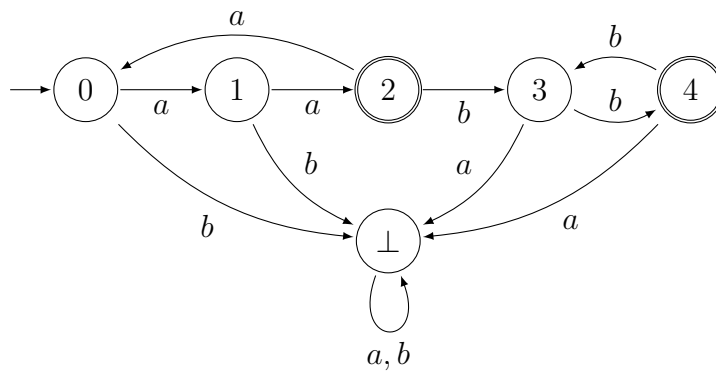
4. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid aabb \text{ ist kein Infix von } w\}$:



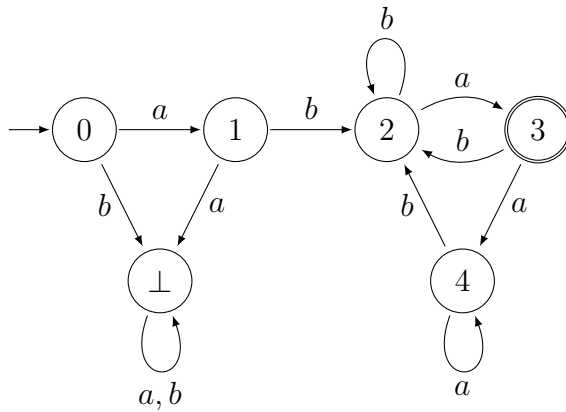
5. $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a = 2 \wedge |w|_b = 1\}$:



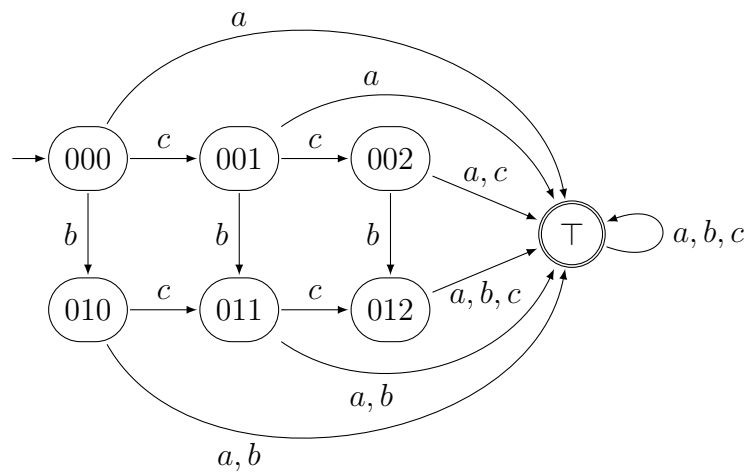
6. $L = \{a^m b^n \mid m \equiv 2 \pmod{3} \wedge n \equiv 0 \pmod{2}\}$:



7. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid ab \text{ ist ein Präfix und } ba \text{ ein Suffix von } w\}$:



8. $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a \geq 1 \vee |w|_b \geq 2 \vee |w|_c \geq 3\}$:



Zusatzaufgabe 4

Sei G die Grammatik aus Präsenzaufgabe 3. Geben Sie einen DEA mit möglichst wenigen Zuständen an, der $L(G)$ akzeptiert.

Lösung

Für die Benennung der Zustände wurden die Variablen der Grammatik G' aus Präsenzaufgabe 3 verwendet.

