



---

## Ergänzungsblatt 9

---

### Vorbereitungsaufgaben

---

#### Vorbereitungsaufgabe 1

Unter welchen der folgenden Operationen ist die Klasse der kontextfreien Sprachen abgeschlossen?

1. Komplement
2. Kleene-Stern
3. Vereinigung
4. Schnitt
5. Konkatenation

Wiederholen Sie die dazugehörigen Beweise aus der Vorlesung.

#### Vorbereitungsaufgabe 2

Seien  $G = (V, \Sigma, P, S)$  eine Grammatik in Chomsky-Normalform und  $w = a_1 \dots a_n$  ein Wort mit  $a_1, \dots, a_n \in \Sigma$ . Wir betrachten die vom CYK-Algorithmus verwendeten Mengen  $T_{i,j}$ , wenn dieser auf  $G$  und  $w$  gestartet wird.

Geben Sie für alle  $i, j \in \mathbb{N}$  mit  $1 \leq i \leq n$  und  $1 \leq j \leq n - i + 1$  eine möglichst einfache Definition von  $T_{i,j}$  an.

---

### Präsenzaufgaben

---

#### Präsenzaufgabe 1

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei und welche nicht? Beweisen Sie Ihre Antworten.

1.  $L_1 = \{a^{k^2+100} \mid k \in \mathbb{N}\}$  über  $\Sigma = \{a\}$
2.  $L_2 = \{a^{k^2+l} \mid k, l \in \mathbb{N}\}$  über  $\Sigma = \{a\}$

## Präsenzaufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind für beliebige Sprachen  $A$  und  $B$  richtig und welche falsch? Beweisen Sie Ihre Antworten.

1. Wenn  $A \cap B$  kontextfrei ist, dann sind auch  $A$  und  $B$  kontextfrei.
2. Wenn  $A^*$  kontextfrei ist, dann ist auch  $A$  kontextfrei.
3. Wenn  $A \subseteq B$  gilt und  $B$  kontextfrei ist, dann ist auch  $A$  kontextfrei.

## Präsenzaufgabe 3

Seien  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$  eine Grammatik mit den Produktionen

$$\begin{aligned} S &\rightarrow BA \mid CA \mid b, \\ A &\rightarrow BA \mid a, \\ B &\rightarrow CC \mid b, \\ C &\rightarrow AB \mid a. \end{aligned}$$

und  $w = abba$  ein Wort.

1. Führen Sie den CYK-Algorithmus auf  $G$  und  $w$  aus.
2. Warum gilt  $w \in L(G)$ ?
3. Geben Sie einen Syntaxbaum für  $w$  in  $G$  an.
4. Welche Infixe von  $w$  sind in  $L$  enthalten?

---

## Zusatzaufgaben

---

### Zusatzaufgabe 1

Sei  $G = (\{S, A, B, C, D, E, F, G\}, \{a, b\}, P, S)$  eine Grammatik mit Produktionen

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow B \mid C \mid GaCB & D \rightarrow aCb \mid ba \mid G \\ A \rightarrow a \mid E & E \rightarrow A \mid F \\ B \rightarrow AD \mid F & F \rightarrow b \mid A \\ C \rightarrow a \mid A & G \rightarrow CE \mid D. \end{array}$$

Wandeln Sie  $G$  in eine äquivalente Grammatik in Chomsky-Normalform um.

### Zusatzaufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind für beliebige Sprachen  $A$  und  $B$  richtig und welche falsch? Beweisen Sie Ihre Antworten.

1. Wenn  $A \cup B$  kontextfrei ist, dann sind  $A$  und  $B$  kontextfrei.
2. Wenn  $A \subseteq B$  gilt und  $A$  kontextfrei ist, dann ist auch  $B$  kontextfrei.
3. Wenn  $AB$  kontextfrei ist, dann sind auch  $A$  und  $B$  kontextfrei.

### Zusatzaufgabe 3

Spielen Sie ein bisschen mit folgender Webseite herum:

[www.xarg.org/tools/cyk-algorithm](http://www.xarg.org/tools/cyk-algorithm)