



Ergänzungsblatt 9

Vorbereitungsaufgaben

Vorbereitungsaufgabe 1

Unter welchen der folgenden Operationen ist die Klasse der kontextfreien Sprachen abgeschlossen?

1. Komplement
2. Kleene-Stern
3. Vereinigung
4. Schnitt
5. Konkatenation

Wiederholen Sie die dazugehörigen Beweise aus der Vorlesung.

Vorbereitungsaufgabe 2

Seien $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine Grammatik in Chomsky-Normalform und $w = a_1 \dots a_n$ ein Wort mit $a_1, \dots, a_n \in \Sigma$. Wir betrachten die vom CYK-Algorithmus verwendeten Mengen $T_{i,j}$, wenn dieser auf G und w gestartet wird.

Geben Sie für alle $i, j \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq i \leq n$ und $1 \leq j \leq n - i + 1$ eine möglichst einfache Definition von $T_{i,j}$ an.

Präsenzaufgaben

Präsenzaufgabe 1

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei und welche nicht? Beweisen Sie Ihre Antworten.

1. $L_1 = \{a^{k^2+100} \mid k \in \mathbb{N}\}$ über $\Sigma = \{a\}$
2. $L_2 = \{a^{k^2+l} \mid k, l \in \mathbb{N}\}$ über $\Sigma = \{a\}$

Präsenzaufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind für beliebige Sprachen A und B richtig und welche falsch? Beweisen Sie Ihre Antworten.

1. Wenn $A \cap B$ kontextfrei ist, dann sind auch A und B kontextfrei.
2. Wenn A^* kontextfrei ist, dann ist auch A kontextfrei.
3. Wenn $A \subseteq B$ gilt und B kontextfrei ist, dann ist auch A kontextfrei.

Präsenzaufgabe 3

Seien $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit den Produktionen

$$\begin{aligned} S &\rightarrow BA \mid CA \mid b, \\ A &\rightarrow BA \mid a, \\ B &\rightarrow CC \mid b, \\ C &\rightarrow AB \mid a. \end{aligned}$$

und $w = abba$ ein Wort.

1. Führen Sie den CYK-Algorithmus auf G und w aus.
2. Warum gilt $w \in L(G)$?
3. Geben Sie einen Syntaxbaum für w in G an.
4. Welche Infixe von w sind in L enthalten?

Zusatzaufgaben

Zusatzaufgabe 1

Sei $G = (\{S, A, B, C, D, E, F, G\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit Produktionen

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow B \mid C \mid GaCB & D \rightarrow aCb \mid ba \mid G \\ A \rightarrow a \mid E & E \rightarrow A \mid F \\ B \rightarrow AD \mid F & F \rightarrow b \mid A \\ C \rightarrow a \mid A & G \rightarrow CE \mid D. \end{array}$$

Wandeln Sie G in eine äquivalente Grammatik in Chomsky-Normalform um.

Zusatzaufgabe 2

Welche der folgenden Aussagen sind für beliebige Sprachen A und B richtig und welche falsch? Beweisen Sie Ihre Antworten.

1. Wenn $A \cup B$ kontextfrei ist, dann sind A und B kontextfrei.
2. Wenn $A \subseteq B$ gilt und A kontextfrei ist, dann ist auch B kontextfrei.
3. Wenn AB kontextfrei ist, dann sind auch A und B kontextfrei.

Zusatzaufgabe 3

Spielen Sie ein bisschen mit folgender Webseite herum:

www.xarg.org/tools/cyk-algorithm